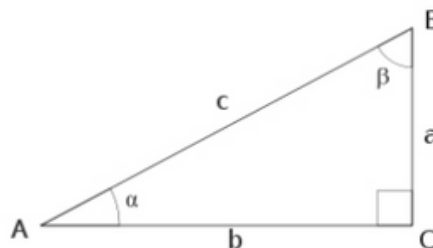


# TRYGONOMETRIA \*

## WYBRANE WARTOŚCI

| $\alpha$                    | $\frac{\pi}{6}$      | $\frac{\pi}{4}$      | $\frac{\pi}{3}$      |
|-----------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| $\sin \alpha$               | $\frac{1}{2}$        | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
| $\cos \alpha$               | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$        |
| $\operatorname{tg} \alpha$  | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1                    | $\sqrt{3}$           |
| $\operatorname{ctg} \alpha$ | $\sqrt{3}$           | 1                    | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ |

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$$



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}; \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

## PARZYSTOŚĆ / NIEPARZYSTOŚĆ

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}(\alpha)$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}(\alpha)$$

## WYBRANE TOŻSAMOŚCI

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha}$$

## OKRESOWOŚĆ

$$\sin(2\pi k + \alpha) = \sin(\alpha)$$

$$\cos(2\pi k + \alpha) = \cos(\alpha)$$

$$\operatorname{tg}(\pi k + \alpha) = \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$\operatorname{ctg}(\pi k + \alpha) = \operatorname{ctg}(\alpha)$$

## FUNKCJE SUMY KĄTÓW

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

## IŁOŻYNY FUNKCJI TRYGONOMETRYCZNYCH

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$$

## ZMIANA NA KOFUNKCJĘ

$$\operatorname{funkcja} \left( k \cdot \frac{\pi}{2} \pm \alpha \right) = \begin{cases} \pm \operatorname{funkcja}(\alpha), & \text{gdy } k \text{ jest parzysta} \\ \pm \operatorname{kofunkcja}(\alpha), & \text{gdy } k \text{ jest nieparzysta} \end{cases}$$

\*POD WARUNKIEM, ŻE SPEŁNIONE SĄ ODPOWIEDNIE ZAŁOŻENIA DOTYCZĄCE WYSTĘPUJĄCYCH WE WZORACH WYRAŻEŃ I FUNKCJI