



## OPIS ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

**Autor rozprawy doktorskiej:** Adrian Myszkowski

**Tytuł rozprawy doktorskiej w języku polskim:** Rozwinięcia okresowe niezmienników topologicznych iteracji w teorii punktów okresowych odwzorowań gładkich

**Tytuł rozprawy w języku angielskim:** Periodic expansion of the topological invariants of iterations in the theory of periodic points of smooth maps

**Język rozprawy doktorskiej:** polski

**Promotor rozprawy doktorskiej:** prof. dr hab. Grzegorz Graff

**Data obrony:**

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku polskim:** liczba Lefschetza, liczba Nielsena, liczba Dolda, indeks punktu stałego, stopień topologiczny, minimalny zbiór okresów Lefschetza, zbiór okresów algebraicznych, dyfeomorfizm Morse'a-Smale'a, rozwinięcie okresowe, 4-rozmaitości

**Słowa kluczowe rozprawy doktorskiej w języku angielskim:** Lefschetz number, Nielsen number, Dold number, fixed point index, topological degree, minimal set of Lefschetz periods, set of algebraic periods, Morse-Smale diffeomorphism, periodic expansion, 4-manifolds

**Streszczenie rozprawy w języku polskim:**

Część pierwsza rozprawy dotyczy badania minimalnych zbiorów okresów Lefschetza dla dyfeomorfizmów Morse'a-Smale'a na rozmaitościach zamkniętych. Klasyczne wyniki w tej dziedzinie opisują charakterystykę możliwych zbiorów  $MPer_L(f)$  oraz wyliczenia wartości niezmiennika. Głównym wynikiem tej części jest wprowadzenie reprezentacji zbioru minimalnych okresów Lefschetza za pomocą rozwinięcia okresowego ciągu liczb Lefschetza. Rozwiązujemy częściowo dwa problemy otwarte Llibre i Sirventa z 2013 r. oraz w pełni problem postawiony przez Iskrę i Sirventa w 2012 r. Przedstawiamy także algorytm obliczenia dla nieorientowalnych powierzchni zamkniętych genuśu  $g$ .

W drugiej części rozważamy funkcję gładką  $f$  na jednorodnej rozmaitości zwartej bez brzegu lub z jednorodnym brzegiem. Badamy minimalną liczbę punktów  $r$ -okresowych w gładkiej  $C^1$  homotopii funkcji  $f$ . Problem rozwiązuje niezmiennik Dolda. Przedstawiamy uogólnione metody kombinatoryczne pozwalające na obliczenie niezmiennika Dolda dla dowolnych  $r$  w przypadku rozmaitości jednorodnych. Badamy minimalną liczbę punktów okresowych w gładkiej klasie homotopii funkcji zdefiniowanych na 4-rozmaitościach. Wprowadzamy metody kombinatoryczne obliczania wartości niezmiennika Dolda dla rozmaitości z brzegiem. Wyznaczamy warunki, dla których odwzorowania par kuli domkniętej w siebie posiadają jeden punkt  $r$ -okresowy w gładkiej klasie homotopii.

## Streszczenie rozprawy w języku angielskim:

First part of the dissertation concerns the study of minimal sets of Lefschetz periods for Morse-Smale diffeomorphisms on closed manifolds. Classical results in this area describe the characterization of possible sets of  $MPer_L(f)$  and the computation of invariant values. The main result of this section is a representation of the minimal set of Lefschetz periods by means of the periodic expansion of a sequence of Lefschetz numbers. We partially solve two open problems of Llibre and Sirvent from 2013 and fully solve the problem posed by Iskra and Sirvent in 2012. We also present a computational algorithm for nonorientable closed surfaces of genus  $g$ . In the second part, we consider a smooth function  $f$  on a simply connected compact manifold without boundary or with a simply connected boundary. We study the minimal number of  $r$ -periodic points in a smooth  $C^1$  homotopy function  $f$ . The problem is solved by Dold's invariant. We present generalized combinatorial methods to compute the Dold invariant for arbitrary  $r$  in the case of a simply connected manifold. We study the minimal number of periodic points in a smooth homotopy class of functions defined on 4-manifolds. We introduce combinatorial methods for computing the value of Dold's invariant for manifolds with boundary. We determine the conditions for which self-maps of pairs of have one  $r$ -periodic point in the smooth homotopy class.