



POLITECHNIKA
GDAŃSKA

WYGRAJ INDEKS

Ogólnopolski Konkurs Matematyczny

Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej

Zasady

- Rozwiązanie każdego zadania należy zapisać na oddzielnej kartce.
- Każda kartka musi zawierać wydrukowaną etykietę z imieniem i nazwiskiem ucznia.
- Do zadań należy dołączyć kartę zgłoszenia, wypełniony formularz RODO oraz własnoręcznie podpisane oświadczenie o samodzielności w rozwiązywaniu zadań.

Kontakt

Rozwiązania należy nadesłać na adres:
Dziekanat Wydziału FTiMS
Politechnika Gdańska
ul. Narutowicza 11/12
80-233 Gdańsk
z dopiskiem: Wygraj indeks. Matematyka.

Termin nadsyłania prac to
17 stycznia 2026 roku.

Zadania

1. Udowodnić, że jeśli długości boków trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny, to promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest jedną trzecią jednej z wysokości tego trójkąta.
2. Znaleźć wielomian o najmniejszym możliwym stopniu i współczynnikach całkowitych, którego pierwiastkiem jest liczba $\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}$.
3. Niech (a_n) będzie ciągiem Fibonacciego, tzn.

$$a_1 = a_2 = 1 \quad \text{oraz} \quad a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n \geq 1).$$

Sprawdzić, czy liczba a_{2025} jest podzielna przez 7. Odpowiedź uzasadnić.

4. Pociąg mija nieruchomego obserwatora w czasie t_1 sekund. Jadąc z tą samą prędkością, przejeżdża most o długości l metrów w czasie t_2 sekund, licząc od momentu wjazdu lokomotywy na most do chwili opuszczenia mostu przez ostatni wagon. Znaleźć długość oraz prędkość pociągu.
5. W prostopadłościanie $ABCD A' B' C' D'$ o krawędziach $|AB| = |AD| = 12$ oraz $|AA'| = 30$ punkt M leży na ścianie $ABCD$ i spełnia warunki $|MA| = |MB| = \sqrt{37}$. Punkt N leży na ścianie przeciwległej i jest symetryczny do punktu M względem punktu przecięcia przekątnych prostopadłościanu. Znaleźć długość najkrótszej drogi prowadzącej po powierzchni bryły, łączącej punkty M i N .